**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Теория показателей Ляпунова

Lyapunov Exponent Theory

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 052011

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Обучение обучающихся методам теории линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений, в частности, основам теории характеристических показателей Ляпунова, подготовка студентов к восприятию других дисциплин, использующих теорию линейных дифференциальных уравнений, а также к использованию этих методов при моделировании и решении задач естествознания, экономики и других прикладных задач; развитие у обучающихся доказательного, логического мышления, подготовка к самостоятельным научным исследованиям; подготовка к восприятию других математических и специальных дисциплин.  
Поставленные цели достигаются путём решения следующих задач курса: изучение основных разделов теории линейных дифференциальных уравнений; развитие навыков самостоятельного решения практических задач и геометрической интерпретации полученных результатов; обеспечение базы для усвоения приближенных методов вычислений и соответствующих компьютерных программ; повышение математической культуры обучающегося.

Курс дает обучающимся комплекс аналитических, алгебраических и геометрических методов, позволяющих изучать свойства широкого спектра математических моделей в естествознании. Дисциплина является одной из базовых в подготовке к профессиональной деятельности в области теоретической и прикладной математики и служит основой для изучения других математических дисциплин как теоретического, так и прикладного характера, входящих в программу обучения на факультете.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Для успешного освоения дисциплины обучающийся должен иметь предварительную подготовку по основным математическим дисциплинам - математическому анализу, высшей алгебре и геометрии, изучаемых на первых курсах математико-механического факультета университета, обладать знаниями по теории дифференциальных уравнений в объеме программы университета.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Выпускник должен знать содержание дисциплины «Теория характеристических показателей Ляпунова» и иметь представление о возможностях применения ее разделов, уметь решать основные типы дифференциальных уравнений и систем, уметь исследовать свойства решений уравнений, владеть основными методами теории устойчивости по Ляпунову, качественными и аналитическими методами теории линейных дифференциальных уравнений. А также уметь корректно поставить задачу, строго доказать утверждение, владеть методами исследования математических моделей, описывающих проблемы естествознания и техники в виде линейных дифференциальных уравнений и систем, иметь способность к творческому применению, развитию и реализации математически сложных алгоритмов в современных специализированных программных комплексах, прежде всего в теоретической механике, социологии, экономике, физике, астрономии, нелинейной оптике и других прикладных областях науки и техники.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Самостоятельная работа с использованием методических материалов: индивидуальная работа с рекомендованной основной и дополнительной литературой по теории дифференциальных уравнений.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 6 | 30 |  |  |  |  |  |  |  | 2 |  |  | 30 |  |  | 10 |  | 60 | 2 |
|  | 2-100 |  |  |  |  |  |  |  | 10-25 |  |  | 10-25 |  |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 30 |  |  |  |  |  |  |  | 2 |  |  | 30 |  |  | 10 |  |  | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 6 |  |  | зачёт, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование темы (раздела, части) | Вид учебных занятий | Кол-во часов |
| 1 | Введение. Линейные системы. Существование, единственность, продолжимость решения задачи Коши. Связь между интегральными матрицами.  Сопряженная система, ее интегральная матрица. Матрицант, его свойства, аналитичность по параметр. Структура вещественной интегральной матрицы. | лекции | 22 |
| самост. работа в присутствии  преподавателя | 42 |
| 2 | Системы с периодическими коэффициентами. Матрица монодромии, мультипликаторы. Теория Флоке. Мультипликаторы сопряженной системы. | лекции | 22 |
| самост. работа в присутствии  преподавателя | 42 |
| 3 | Характеристические показатели Ляпунова, определение и свойства. Строгий показатель, признак его существования. Показатель интеграла Ляпунова. Показатель функциональных матриц. | лекции | 22 |
| самост. работа в присутствии  преподавателя | 24 |
| 4 | Показатели решений линейных систем с ограниченными коэффициентами. Теорема о конечности показателей нетривиальных решений. Признак линейной независимости решений. | лекции | 22 |
| самост. работа в присутствии  преподавателя | 24 |
| 5 | Спектр системы. Лемма о вычислении показателя по целочисленным последовательностям. Нормальные фундаментальные системы, признак нормальности. Неравенство Ляпунова для суммы характеристических показателей. | лекции | 22 |
| самост. работа в присутствии  преподавателя | 42 |
| 6 | Приводимые системы. Преобразование Ляпунова, его свойства. Теорема Еругина.  Понятие почти приводимости, свойства. | лекции | 22 |
| самост. работа в присутствии  преподавателя | 4  2 |
| 7 | Правильные линейные системы: определение, признак. Правильность систем, приводимых к системам с постоянными коэффициентами. Признак правильности Перрона. Коэффициенты неправильности Ляпунова, Перрона, Гробмана. | лекции | 22 |
| самост. работа в присутствии  преподавателя | 42 |
| 8 | Системы с периодическими коэффициентами. Гамильтоновы системы. Однородные периодические системы. Нормальные решения, условия существования периодических решений.  Неоднородные периодические системы. Условия существования периодического решения. | лекции | 22 |
| самост. работа в присутствии  преподавателя | 24 |
| 9 | Теорема Массера. Существование периодического решения у системы с малой нелинейностью. | лекции | 22 |
| самост. работа в присутствии  преподавателя | 2  4 |
| 10 | Устойчивость линейных систем. Теоремы об устойчивости линейных неоднородных систем. Связь между устойчивостью и ограниченностью решений однородных систем, признак асимптотической устойчивости в терминах показателей. | лекции | 22 |
| самост. работа в присутствии  преподавателя | 2  4 |
| 11 | Влияние линейного возмущения на свойство устойчивости. Теорема о сохранении устойчивости, о сохранении асимптотической устойчивости, о совпадении множеств характеристических показателей исходной и возмущенной систем.  Метод малого параметра оценки характеристических показателей системы. | лекции | 22 |
| самост. работа в присутствии  преподавателя | 2  4 |
| 12 | Центральные показатели. Оценки характеристических показателей линейной системы. Понятие о верхнем и нижнем центральных показателях. Оценки Важевского, Лозинского и Алексеева. Теорема Миллионщикова о достижимости центральных показателей. | лекции | 22 |
| самост. работа в присутствии  преподавателя | 2  4 |
| 13 | Устойчивость характеристических показателей. Определение. Теорема о достаточном условии устойчивости. Устойчивость показателей автономных систем. | лекции | 22 |
| самост. работа в присутствии  преподавателя | 2  4 |
| 14 | Условие совпадения показателей исходной и возмущенной систем. Теорема Былова-Изобова-Миллионщикова. Признак Изобова устойчивости показателей системы второго порядка. | лекции | 22 |
| самост. работа в присутствии  преподавателя | 2  4 |
| 15 | Уравнение Хилла. Постоянная Ляпунова. Теорема Ляпунова об устойчивости уравнения Хилла. Теорема о неустойчивости. | лекции | 22 |
| самост. работа в присутствии  преподавателя | 2  4 |
| 16 | Промежуточная аттестация | самост. работа | 2102 |
| зачет | 2  102 |
| Итого | | | 72 |

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

По курсу предусмотрено чтение лекций и зачет. Лекции читают опытные преподаватели, как правило, с большим стажем работы.

Все обучающиеся должны быть обеспечены учебниками, рекомендованными по курсу. Обучающиеся должны посещать лекций, выполнять задания. Необходимость знать содержание лекций, формирует умение формулировать определения основных понятий и утверждений, уметь применять методы и доказательства теорем при решении конкретных задач по программе курса. преподавателей.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

При самостоятельном выполнении домашних, индивидуальных и контрольных заданий целесообразно использовать рекомендованные учебники и задачники, а также дополнительную литературу.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

В течение учебного процесса по дисциплине задаются задачи и упражнения для самостоятельной работы, проводятся консультации и экзамен. В процессе обучения каждый студент снабжается набором задач, которые необходимо уметь решать для положительной оценки по аттестации.

***Методика проведения зачета***

Зачет проводится в устной или письменной форме. Преподаватели имеют набор контрольных практических и теоретических заданий и тестов для проведения зачета. Зачет выставляется по итогам текущего контроля и результатам решения контрольных заданий и тестов во время проведения промежуточной аттестации.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы зачета не разрешается. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт, и студент удаляется с экзамена.

*Критерии выставления оценок:*

«Зачет» ставится за полностью решенные задания текущего контроля, контрольных тестов и заданий и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя.

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

*Примерный перечень вопросов к зачету.*

1. Существование, единственность, продолжимость решения задачи Коши. Связь между интегральными матрицами.
2. Сопряженная система, ее интегральная матрица. Матрицант, его свойства, аналитичность по параметру.
3. Системы с периодическими коэффициентами. Матрица монодромии, мультипликаторы.
4. Теория Флоке.
5. Характеристические показатели Ляпунова. Определение и свойства показателя.
6. Показатели решений линейных систем с ограниченными коэффициентами.
7. Неравенство Ляпунова для суммы характеристических показателей.
8. Приводимые системы. Преобразование Ляпунова, его свойства.
9. Теорема Еругина о приводимости систем с периодическими коэффициентами.
10. Правильные системы. Определение правильности линейной системы, признак.
11. Правильность систем, приводимых к системам с постоянными коэффициентами.
12. Признак правильности Перрона.
13. Системы с периодическими коэффициентами.
14. Гамильтоновы системы.
15. Однородные омега-периодические системы.
16. Неоднородные омега-периодические системы.
17. Устойчивость линейных систем.
18. Метод малого параметра оценки характеристических показателей системы.
19. Принцип линейного включения.
20. Центральные показатели. Понятие о верхнем и нижнем центральных показателях. Оценка Важевского.
21. Оценки Лозинского и Алексеева.
22. Теорема Миллионщикова о достижимости центральных показателей.
23. Устойчивость характеристических показателей.
24. Условие совпадения показателей исходной и возмущенной систем.
25. Теорема Былова-Изобова-Миллионщикова.
26. Коэффициентный признак Изобова устойчивости показателей системы второго порядка.
27. Уравнение Хилла. Постоянная Ляпунова.
28. Теорема Ляпунова об устойчивости уравнения Хилла. Теорема о неустойчивости.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Оценка обучающимися содержания и качества учебного процесса по дисциплине осуществляется в установленном в СПбГУ порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

К преподаванию практических занятий могут быть допущены преподаватели, имеющие диплом о высшем образовании по соответствующему направлению.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Требуется присутствие инженера по обслуживанию компьютеров при самостоятельной работе учащихся в компьютерном классе.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Требуются стандартно оборудованные лекционные аудитории (доска, мел, губка, маркер).

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

При проведении отдельных занятий возможно использование учащимися компьютерных математических пакетов для выполнения практических заданий.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не предусмотрены.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не предусмотрены.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел, губки, бумага формата А4, канцелярские товары, картриджи принтеров, диски в объеме, необходимом для проведения занятий, по заявкам преподавателей.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Бибиков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. СПб.: «Лань», 2011.

2. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: Интеграл-пресс, 1998.

3. Плисс В.А., Ильин Ю.А. Теория нелинейных колебаний. I. Основные свойства периодических систем. II. Периодические решения автономных систем. СПб.: Издательский дом Санкт-Петербургского государственного университета. 2012.

4. Осипенко Г.С., Ампилова Н.Б. Введение в символический анализ динамических систем. СПб: Изд. СПбГУ, 2005. 238 с.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Адрианова Л.Я. Введение в теорию линейных систем дифференциальных уравнений. Издательство Санкт-Петербургского университета, 1992.

2. Басов В.В. Метод нормальных форм в локальной качественной теории дифференциальных уравнений. Учебное пособие. СПб.: Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2012, № 4.

3. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М. 1984.

4. Арнольд В.И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1978.

5. Брюно А.Д. Локальный метод нелинейного анализа дифференциальных уравнений. М., 1979.

6. Былов Б.Ф. и др. Теория показателей Ляпунова. М., 1966.

7. Малкин И.Г. Теория устойчивости движения. М., 1966.

8. Плисс В.А. Нелокальные проблемы теории колебаний. М.-Л. 1964.

9. Рейзинь Л.Э. Локальная эквивалентность дифференциальных уравнений. Рига, 1971.

10. Сибирский К.С. Введение в топологическую динамику. Кишинев, 1970.

11. Матвеев Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Издание 7-е, дополненное. СПб.: «Лань», 2002.

12. Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях. Минск, 1987.

13. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости.- М., 2008. + ЭБС «Лань» по подписке СПбГУ

14. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М. 1979.

15. Бибиков Ю.Н. Многочастотные нелинейные колебания и их бифуркации. Монография. Издательство Ленинградского университета. Л. 1991.

16. Плисс В.А. Интегральные множества периодических систем дифференциальных уравнений. М. 1977.

17. Беллман Р. Теория устойчивости решений дифференциальных уравнений. М., 1954.

18. Коддингтон Э.А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М., 1958.

19. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М. 1978.

20. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.:Мир, 1970.

21. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М. 1979.

22. Адрианова Л.Я, Крыжевич С.Г. Некоторые коэффициентные критерии свойств решений линейных уравнений второго порядка. Изд-во СПбГУ. 2002.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

1.<http://www.umu.spbu.ru>

2. http://www/etudes.ru

**Раздел 4. Разработчики программы**

Васильева Екатерина Викторовна, доктор ф.-м.н., доцент, доцент кафедры дифференциальных уравнений.

Ильин Юрий Анатольевич, кандидат ф.-м.н., доцент, доцент кафедры дифференциальных уравнений. a.zhiglevich@spbu.ru; (812) 428-69-59.